

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 13 settembre 2016



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x-1}} \cdot \log(x+3)$$

Dominio	$E = (-3, 1) \cup [4, +\infty)$
Positività	$P = (-2, 1) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A(-2; 0) \quad B(4; 0) \quad C(0; 2 \log 3)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 + x + 2}$

Derivata prima	$f' = \frac{(x-3) \cdot (x+1)}{(x^2 + x + 2)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(-1; 2) \quad m(3; 6/7) \quad \text{decresce in } (-1, 3)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot \log(x^2 - 1)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x^2}{x^2 - 1} + \log(x^2 - 1) \quad E = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = \frac{2x \cdot (x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-\sqrt{3}; -\sqrt{3} \cdot \log 2) \quad F_2(\sqrt{3}; \sqrt{3} \cdot \log 2)$ convessa in $(-\sqrt{3}, -1) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \log \frac{x^2 - 5x + 6}{4x^2 + 1}$$

Dominio	$E = (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
As. verticali	$x = 2^-, x = 3^+$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = -\log 4$

Domande teoriche

- 1) Classificazione dei punti stazionari (punti 3)
- 2) La definizione di limite e legame con gli asintoti (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^2 \left(\frac{\sqrt{x} \cdot x}{\sqrt{x} + 1} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(1+x) dx$$

Integrale definito	primitiva: $-2\sqrt{x} + x - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{1}{2}x^2 + 2\log(1+\sqrt{x})$ $\frac{31-20\sqrt{2}}{6} - \log 4 + 2\log(1+\sqrt{2}) \approx 0,8291$
Integrale indefinito	$\frac{1}{4}(x \cdot (2-x) + 2(x^2-1) \cdot \log(1+x)) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + 2y + k \cdot z = k \\ k \cdot x + y + 3z = 1 \\ -2x + 2y + 4z = -2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -2; 5$: incompatibile $k \neq -2; 5$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k-10}{k^2-3k-10}; y = \frac{-3k^2-2k+20}{k^2-3k-10}; z = \frac{k^2+3k-10}{k^2-3k-10}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 2x \cdot (x - 3y + 1) + y \cdot (2x + y + 4)$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 3x - y = 1$

Derivate parziali	$f_x = 4x - 4y + 2 \quad f_y = -4x + 2y + 4$
Estremi liberi	$S(5/2; 3) \quad z = 17/2 \quad H = -8$
Estremi vincolati	$M(6; 17) \quad \lambda = -14 \quad z = 33$ $H = 2$

Domande teoriche.

3) Enunciato e dimostrazione del teorema di Barrow-Torricelli (punti 4, 4*)

4) Il teorema di Cramer (punti 3*)

5) Definizione di punti di sella con relative condizioni necessarie e sufficienti (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.

*Punteggi II parte contrassegnati con *.*